IUVENTAS

-

SOUKROMÉ GYMNÁZIUM A STŘEDNÍ ODBORNÁ ŠKOLA

3. DYNAMIKA HMOTNÉHO BODU

-

STUDIJNÍ TEXTY

Frolíková Martina

Augustynek Martin

Adamec Ondřej

OSTRAVA 2006

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Budeme rádi, když nám jakékoliv případné dotazy a připomínky k textům zašlete na kterýkoliv z těchto kontaktů:

martina.frolikova@iuventas.cz

martin.augustynek@iuventas.cz

ondrej.adamec@iuventas.cz

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

z řeckého *dynamis* = síla

dynamika – zkoumá příčiny pohybového stavu těles, nebo změny pohybového stavu

příčinou změny pohybového stavu je **síla**

Síla - vektor, **F** [N]

Dynamika:

- klasická - makrosvět (v<<c) (pro tělesa velmi malých rozměrů, které se pohybuji rychlostí velmi malou ve srovnání s rychlostí světla

  Galileo Galiley, Isaac Newton
- relativistická – mikrosvět ($v \cong c$)

  nelze aplikovat klasické zákony mechaniky

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.1. Vzájemné působení těles

Působí-li na těleso síla **F** způsobuje:

-pohybový účinek - Uvedení do pohybu *(Hodím míč)*
- Uvedení do klidu *(Chytnu míč)*

-deformační účinek - Vratná *(Deformace balonku)*
- Nevratná *(plastelina, zlomena křída)*

Obvykle se tyto dva účinky projevují najednou *(nakopnutý míč se deformuje a stejně tak mění svou polohu po hřišti).*

Vzájemné silové působení lze realizovat:

a) přímým kontaktem (dotykem)

- auto a vozík
- lokomotiva a vagony
- hráč a míč

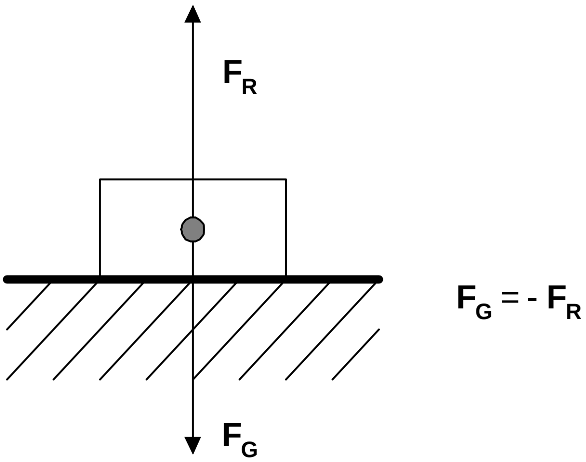
b) nepřímo prostřednictvím silových polí

(mg. Pole, elektrické pole, gravitační pole)

- Vzájemné působení dvou magnetů
- Působení magnetu na železo
- Působení elektricky nabitých těles
- Působení Země a Měsíce

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Izolované těleso



Obr. 1 Model izolovaného tělesa

Izolované těleso je takové těleso, na které nepůsobí žádné síly. V případě že ho nahradíme hmotným bodem,jde o **Izolovaný hmotný bod.**

Prakticky není možné zajistit, aby na těleso nepůsobila žádná síla, proto jsme zavedli izolovaný bod, u nějž je výslednice působících sil nulová.

Pokud na izolované těleso nepůsobí síly nemůže samo změnit svůj stav.

Izolované těleso, které je v pohybu, má stále stejnou rychlost a pohybuje se rovnoměrným přímočarým pohybem.

Inerciální a neinerciální vztažné soustavy

Inerciální VS: nazýváme takové, ve kterých izolované těleso zůstává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu (nečinnost, setrvačnost) **a** = 0.

Platí v ní první pohybový zákon – Kulička na vodorovném pohybu se pohybuje rovnoměrně přímočaře

Neinerciální VS: nazýváme takové, ve kterých izolované těleso mění pohybový stav, aniž na ně působí silami jiná tělesa (nezůstávají v klidu) **a** ≠ 0.

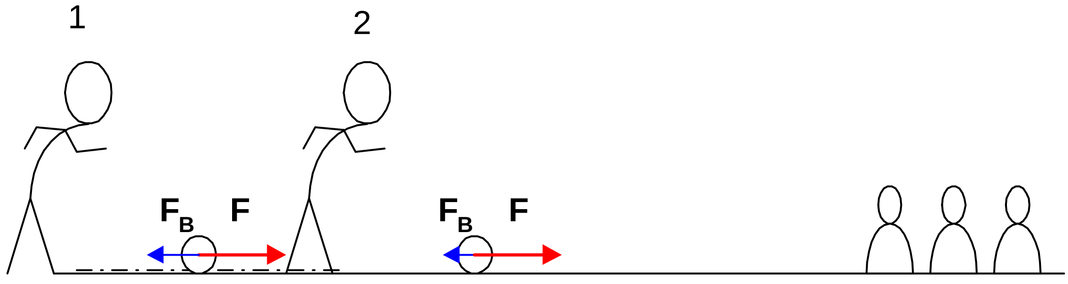
První pohybový zákon neplatí – Při brzdění vlaku se kulička začne pohybovat k přední stěně, při rozjíždění k zadní stěně.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.2. První Newtonův pohybový zákon

Na bowlingové dráze je začátek pokryt kobercem pro rozběh hráče. První z nich upustil kouli ještě na koberci (Obr. 2) a koule se zastavila dříve než shodila kuželky. Druhý hráč tuto chybu nezopakoval a kuželky shodil. Důvodem je tření, která na koberci způsobuje větší třecí sílu $\mathbf{F_B}$ než na speciálně leštěné dráze bowlingu.

Z této zkušenosti lze předpokládat, že pokud by síla třecí neexistovala a hráč by nehrál faleš bude se koule pohybovat po přímce nekonečně dlouho stále stejnou rychlostí, kterou kouli udělil hráč při hodu sílou **F**.



Obr. 2 Příklad 1. Newtonova zákona

Na základě podobných pozorování a pokusů vyslovil Newton **první pohybový zákon označován též zákon setrvačnosti:**

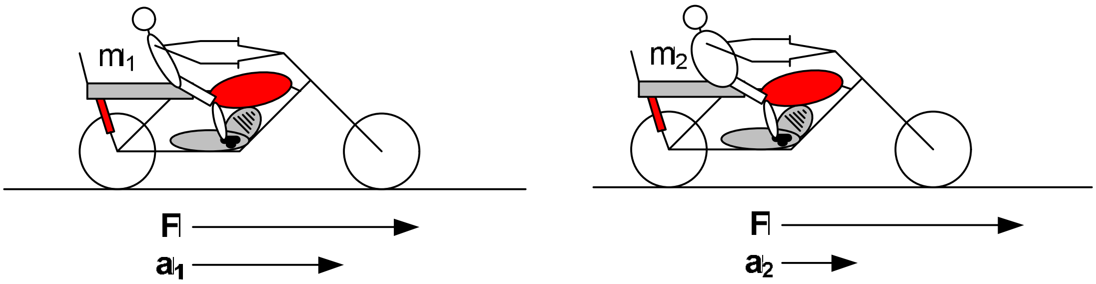
Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, pokud není nuceno vnějšími silami tento stav změnit

- Zákon stanoví klid a rovnoměrný pohyb za rovnocenný stav.
- Tento zákon platí jen v inerciálních soustavách.
- Změny stavu lze dosáhnout jen okolními tělesy, silami.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.3. Druhý Newtonův pohybový zákon

Představme si malý moped, na kterém jede patnáctiletý mladík, který váží sotva 50 kg. Rozjezd mopedu z nuly na 40 km.h^{-1} mu trvá 10 s. Po nějaké době chce i otec mladíka ukázat synovi, jaký byl řidič v mládí a sedne si na moped. Předpokládejme, že otec má již nějaký ten rok za sebou a proto i jeho váha je poněkud vyšší a váží 100 kg (Obr. 3). Při rozjezdu použije naprosto stejnou techniku jako syn, jenže při rozjezdu docílil 40 km.h^{-1} až po 20 s. Jak je to možné?



Obr. 3 Příklad 2. Newtonova zákona

Rychlost mladíka: $\vec{v} = \vec{a}_1 \cdot t_1$

Rychlost otce: $\vec{v} = \vec{a}_2 \cdot t_2$

Porovnáním dostaneme:

$$\vec{a}_2 \cdot t_2 = \vec{a}_1 \cdot t_1$$
$$\vec{a}_2 \cdot 20 = \vec{a}_1 \cdot 10$$
$$\vec{a}_2 = \vec{a}_1 \cdot \frac{1}{2}$$

Z příkladu vidíme, že otec má při působení stejné síly, protože motor mopedu se nezměnil, poloviční zrychlení než mladík. Lze takto dokázat, že zrychlení je nepřímo úměrné síle.

Pokud bychom ovšem změnili motor na jednou tak silnější podobnou úvahou bychom došli k závěru, že zrychlení bude přímo úměrně růst. Odtud vyplývá **druhý Newtonův pohybový zákon:**

Velikost zrychlení hmotného bodu je přímo úměrná velikosti výslednice sil působících na hmotný bod a nepřímo úměrná hmotnosti hmotného bodu.

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Nejčastěji používáme 2. pohybových zákon ve tvaru:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$$

Na základě této definice je definována jednotka *newton* (N). Dosadíme-li jednotku rychlosti a zrychlení v jednotkách SI, dostaneme [**F**] = kg.m.s $^{-2}$.

Příklad:

Na těleso o hmotnosti 13 kg působí dvě navzájem kolmé síly o velikostech 60 N a 25 N. Určete velikost zrychlení tělesa a úhel (Obr. 4), který svírá zrychlení se silou o velikosti 60 N.

Řešení:

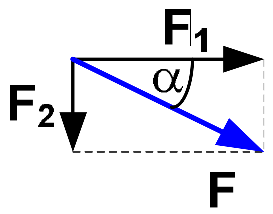
m = 13 kg

F1 = 60 N

F2 = 25 N

a,α = ?

Podle druhého pohybového zákon, platí že zrychlení je přímo úměrné výslednici sil a nepřímo úměrné jeho hmotnosti. Výslednice sil F=F1+F2 .



$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{\left|\vec{F}_1\right|^2 + \left|\vec{F}_2\right|^2} = 65\,N$$

$$\left|\vec{a}\right| = \frac{\left|\vec{F}\right|}{m} = 5ms^{-2}$$ *a směr roven výslednici sil* ***F****.*

Obr. 4 Obrázek k příkladu

Úhel lze spočítat pomoci goniometrických funkcí. Například: $\alpha = arctg \dfrac{\left|\vec{F}_2\right|}{\left|\vec{F}_1\right|} = 23°$

Zrychlení tělesa má velikost 5 m.s^{-2} a svírá se silou o velikosti 60 N úhel 23°.

Konec příkladu

Druhý pohybový zákon umožňuje **dynamické měření hmotností** těles. Toto využíváme při měření hmotnosti v případě kdy nelze využít váhy (hvězdy, elementární částice). Pokud známe výslednici sil a zrychlení, platí: $m = \dfrac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}}$

Z 2. NPZ vyplývá také, že při stálém zrychlení na těleso musí také působit stále stejná síla. Příkladem je volný pád. Ve vakuu padají všechna tělesa s konstantním zrychlením **g**. Tak lze dostat **tíhovou sílu $\mathbf{F_g}$**: $\mathbf{F}_g = m \cdot \mathbf{g}$

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Příklad:

Vozík stojící na vodorovné podlaze roztlačoval chlapec vodorovnou silou o velikosti 80N. Vozík nabyl za dobu 4s rychlosti 2ms^{-1}. Jaká byla hmotnost vozíku?Tření a odpor vzduchu zanedbejte. *[160 kg]*

Příklad:

Automobil o hmotnosti 800kg se rozjíždí z klidu. Motor působí tažnou silou o velikosti 500N, proti pohybu působí vlivem tření a odporu vzduchu síla o velikosti 100N. S jak velkým zrychlením se automobil rozjíždí? *[0,5 m.s^{-2}]*

Příklad:

Vypočtěte velikost tíhové síly působící na člověka o hmotnosti 60 kg a) na povrchu Země, b) na povrchu Měsíce, kde je tíhové zrychlení 6x menší než na Zemi *[a) 600 N, b) 100 N]*

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.4. Hybnost hmotného bodu

V kinematice jsme charakterizovali pohybový stav HB převážně rychlostí. Pokud si ovšem vzpomeneme na jakýkoli test BESIP, jistě dobře známe rozdíl mezi brzdnou dráhou prázdného a plného auta. Odtud vyplývá, že pokud bychom chtěli zastavit obě auta na stejné dráze, musíme na těžší působit větší silou.

Proto v dynamice budeme pohybový stav určovat nejen rychlostí, ale i hmotností. Použijeme k tomu fyzikální veličinu **- hybnost tělesa**.

> Hybnost **p** HB je vektorová fyzikální veličina, definovaná jako součin hmotnosti a okamžité rychlosti HB:
>
> $$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Protože hybnost a rychlost mají stejný směr platí pro velikost:

$$p = mv \,.$$

Na základě této definice je definována jednotka *hybnosti*. Dosadíme-li jednotku hmotnosti a rychlosti v jednotkách SI, dostaneme [**F**] = kg.m.s $^{-1}$.

- Hybnost má stejný směr jako **v**, tzn. Má vždy směr tečny k trajektorii.
- Hybnost charakterizuje pohybový stav HB v dané vztažné soustavě.

Příklad:

Automobil o hmotnosti 1000 kg jede rychlostí 90 km.h^{-1}. Jak velká je hybnost automobilu? Při jaké rychlosti má stejně velkou hybnost automobil o hmotnosti 3000 kg? *[25000 kg.m.s^{-1}, 30 km.h^{-1}]*

Příklad:

Jak velká byla rychlost střely o hmotnosti 20g, měla-li střela hybnost o velikosti 12 kg.m.s^{-1}? *[600 m.s^{-1}]*

Příklad:

Jak velkou hybnost má kámen o hmotnosti 0,5 kg po 3 s volného pádu? Za tíhové zrychlení dosaďte ***g*** *= 10 m.s^{-2}.* *[15 kg.m.s^{-1}]*

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.5. Změna hybnosti

Dle 2.NPZ :

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Z kinematiky:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Po dosazení **a** do 2.NPZ:

$$\mathbf{F} = m \cdot \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Jestliže m a **F** je konstantní, pak vlivem síly **F** se rychlost změní z $\mathbf{v_1}$ na $\mathbf{v_2}$ a rovněž hybnost z $\mathbf{p_1}$ = m $\mathbf{v_1}$ na $\mathbf{p_2}$ = m $\mathbf{v_2}$.

Změna hybnosti je tedy $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = m\mathbf{v}_1 - m\mathbf{v}_2 = m(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) = m\Delta \mathbf{v}$

Druhý pohybový zákon lze vyjádřit vztahem:

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$$

Výsledná síla působící na HB je rovna podílu změny hybnosti HB a doby, po kterou síly působí.

<u>Příklad:</u>

Automobil o hmotnosti 800kg zvýšil při jízdě na přímé silnici svou rychlost z 20ms^{-1} na 25ms^{-1} během doby 5s. Jak velká výsledná síla na něj působila? [800N]

<u>Příklad:</u>

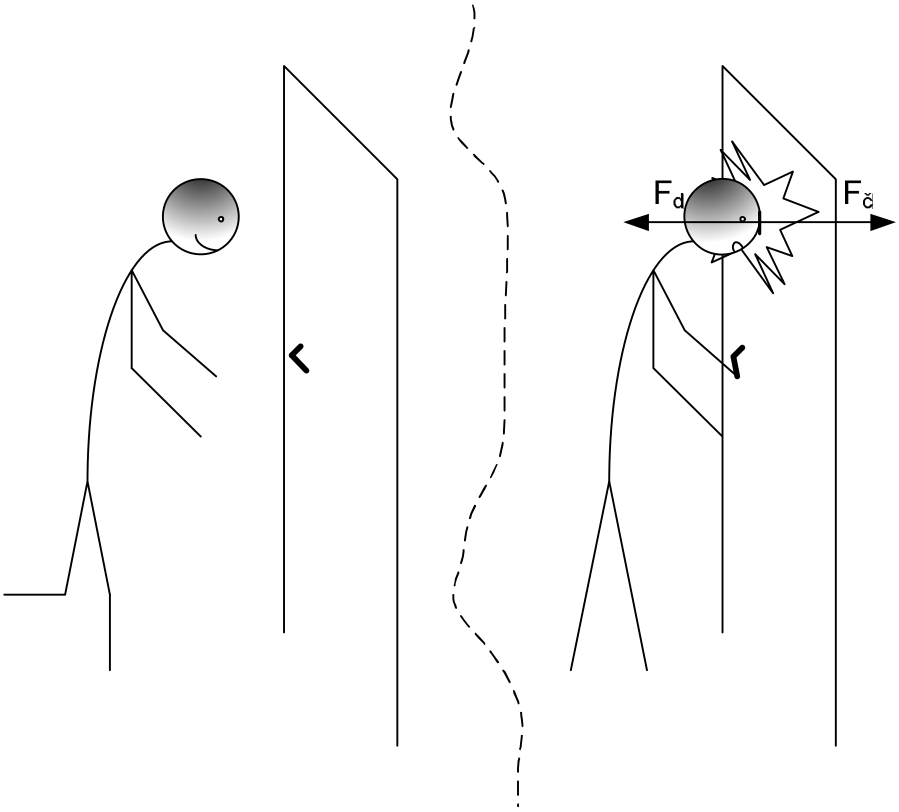
Míč o hmotnosti0,2kg dopadl kolmo na pevnou stěnu rychlosti 20ms^{-1} a odrazil se rychlosti 15ms^{-1}. Náraz trval po dobu 5ms. Jak velkou silou působila po dobu nárazu stěna na míč? [1 400 N]

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.6. Třetí Newtonův pohybový zákon

Když těleso působí na druhé těleso silu, tak druhé těleso bude na něj působit stejně velkou silou, ale opačného směru.

Příkladem nám může být, pokud po ránu vyběhneme na autobus a po cestě při naší rozespalosti narazíme na ještě zamčené dveře. Rána, kterou jsme dveřím zasadili silou $\mathbf{F}_{č}$ naší hlavou, nám nemilosrdně dveře vrací silou $\mathbf{F}_{d}$ stejně velkou a to ve stejný okamžik. $|\mathbf{F}_{č}|=|\mathbf{F}_{d}|$



Obr. 5 Příklad 3. Newtonova zákona

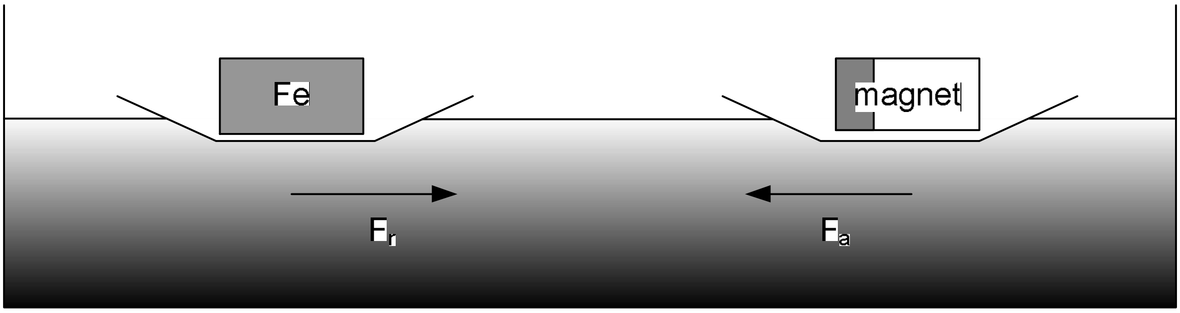
Pakliže stojíme na váze a vezmeme do rukou batoh na naši dalekou cestu, váha vzroste, tzn. že batoh na nás působí silou, která se projeví na zvýšení váhy, ale sami dobře v rukou cítíme, že na batoh musíme taky působit silou, aby se nedotkl země.

Z mnoha podobných a spousty dalších pozorování Newton formuloval třetí zákon zvaný též zákon akce a reakce.

Dvě tělesa na sebe působí navzájem stejně velkými, ale opačně orientovanými silami, které současně vznikají a zanikají. Jedná z nich se nazývá akce a druhá reakce.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Dalším příkladem můžou být dvě lodičky na vodní hladině(Obr. 6) v jedné je kousek železa a v druhé magnet. Pokud nebudou příliš daleko od sebe můžeme pozorovat, jak se k sobě přibližují, dokud se nesrazí.



Obr. 6 Lodičky na vodní hladině

Nazveme-li sílu lodičky s magnetem akcí $\mathbf{F}_a$, pak sílu lodička se železem je reakcí $\mathbf{F}_r$. Je zřejmé, že se tyto dvě síly navzájem neruší, protože lodička s magnetem vlivem akce koná pohyb k lodičce se železem a ta vlivem reakce se pohybuje směrem k lodičce s magnetem.

Protože zrychlení je závislé nejen na síle, ale i na hmotnosti se Zemně nezačne pohybovat ke volně puštěnému kameni, ale jen on k ní, z důvodu velké váhy Zemně a tak zanedbatelného zrychlení, které jí kámen způsobí.

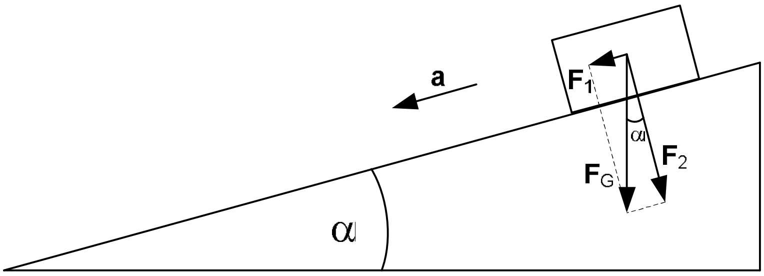
Příklad:

Dvě dívky o hmotnostech 30 kg a 50 kg jsou na kolečkových bruslích a přitahují se k sobě pomocí provazu. Jedna táhne za provaz silou o velikosti 15n, druhá jej jen pevně drží. Jakou silou táhne druhá dívka? Jak velké jsou zrychlení dívek? Tření a odpor vzduchu zanedbáváme. [15 N, 0,5 m.s^{-2}, 0,3 m.s^{-2}]

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.7. Pohyby na nakloněné rovině a pevné kladce

Určete s jak velkým zrychlením se pohybuje dřevěný kvádr po nakloněné rovině s úhlem 30° (Obr. 7).

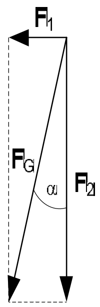


Obr. 7 Nákres kvádru na nakloněné rovině

Síla která působí na těleso, protože se nachází v tíhovém poli země:

$$\mathbf{F}_G = m \cdot \mathbf{g}\,.$$

Síla, která působí na těleso a zapříčiňuje zrychlení: $\mathbf{F}_1 = m \cdot \mathbf{a}$. Odtud lze získat námi hledané zrychlení: $\mathbf{a} = \dfrac{\mathbf{F}_1}{m}$.



Obr. 8 Překreslení silového působení na těleso

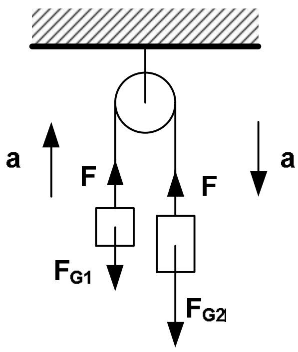
Z pravoúhlého trojúhelníku (Obr. 8) lze pomoci goniometrických funkcí psát: $\sin\alpha = \dfrac{\mathbf{F}_1}{\mathbf{F}_G} \Rightarrow \mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_G \cdot \sin\alpha$

Proto zrychlení **a** lze, po dosazeni za $\mathbf{F}_G$ a $\mathbf{F}_1$, zapsat:

$$\mathbf{a} = \frac{m \cdot \mathbf{g} \cdot \sin\alpha}{m} = \mathbf{g} \cdot \sin\alpha = 10 \cdot \sin 30° = 5ms^{-2}$$

Zrychlení na nakloněné rovině pokud neuvažujeme tření není závislé na hmotnosti tělesa a v případě náklonu 30° od vodorovného povrchu odpovídá hodnotě 5 ms^{-2}.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.



Obr. 9 Pohyb na kladce

Na každém konci pevné kladky visí předmět. Jeden o hmotnosti 0,45kg a druhý 0,55kg . Určete zrychlení **a**, které na ně působí.

Na tělesa působí krom tíhových sil $\mathbf{F}_G$=m**g** taky síla, která napíná lano **F**.

Podle 2.NPZ platí, že výslednice sil je rovna součinu hmotnosti a zrychlení. Přičemž zrychlení je pro obě tělesa stejné jen má opačný směr.

Pro první těleso tedy platí:

$$\mathbf{F} - \mathbf{F}_{G1} = m_1 \cdot \mathbf{a}$$

Pro druhé těleso tedy platí:

$$\mathbf{F}_{G2} - \mathbf{F} = m_2 \cdot \mathbf{a}$$

Pokud obě rovnice sečteme dostaneme:

$$\mathbf{F}_{G2} - \mathbf{F} + \mathbf{F} - \mathbf{F}_{G1} = m_1 \cdot \mathbf{a} + m_2 \cdot \mathbf{a}$$
$$m_2 \cdot \mathbf{g} - m_1 \cdot \mathbf{g} = m_1 \cdot \mathbf{a} + m_2 \cdot \mathbf{a}$$
$$\mathbf{g}(m_2 - m_1) = \mathbf{a}(m_1 + m_2)$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{g}(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} = \frac{10(0{,}55 - 0{,}45)}{0{,}45 + 0{,}55} = \frac{1}{1} = 1 ms^{-2}$$

Zrychlení **a** bude 1 ms^{-2} směrem k zemi pro těleso druhé a směrem ke kladce pro těleso první.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.8. Zákon zachování hybnosti

Izolovaná soustava těles – jde o taková tělesa která na sebe působí dle 3.NPZ, ale žádné jiné síly na ně z venku již nepůsobí.

V praxi však nelze tělesa od ostatních vzdálit tak aby na ně žádné jiné síly nepůsobily.(např. tělesa na Zemi jsou stále v tíhovém poli Země)

Lze ji však kompenzovat např. vozíček na vodorovných kolejích je přitahován k zemi, ale koleje na něj působí stejně velkou silou opačného směru. Dva na jedněch kolejích potom mohou tvořit **izolovanou soustavu**.

Nyní uvažujme vliv vzájemné síly na hybnost izolované soustavy:

Celková hybnost: $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$.

Pro $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ síly působící na tělesa a $\mathbf{p}_{01}$, $\mathbf{p}_{02}$ počáteční hybnosti těles. Dále předpokládejme, že za dobu Δt vzájemného silového působení se hybnost těles změní na $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$. Proto změny hybnosti: $\Delta\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{01}$,

$\Delta\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{02}$.

Dle 2.NPZ platí:

$$\mathbf{F}_1 = \frac{\Delta\mathbf{p}_1}{\Delta t},$$

$$\mathbf{F}_2 = \frac{\Delta\mathbf{p}_2}{\Delta t}.$$

Pro vzájemné působení platí, že $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ a změna času Δt je stejná. Pak můžeme psát $\Delta\mathbf{p}_1 = -\Delta\mathbf{p}_2$ a tedy: $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{01} = -(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{02})$,

z čehož po úpravě dostaneme: $\mathbf{p}_{01} + \mathbf{p}_{02} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$.

Celková hybnost izolované soustavy těles se vzájemným silovým působením těles nemění.

Také v izolované soustavě platí zákon zachování hmotnosti:

Celková hmotnost izolované soustavy těles je konstantní.

Platnost zákona si můžeme ověřit představou dvou vozíčku spojených lankem(Obr. 10). Mezi tyto vozíčky vložíme stlačenou pružinu, která po přepálení uvede vozíčky do pohybu. Hybnou soustavy dvou vozíčku se však nezmění. Pokud za hybnosti dosadíme dostaneme že poměr rozdělení rychlosti bude odpovídat převrácené hodnotě poměru hmotnosti.

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$$

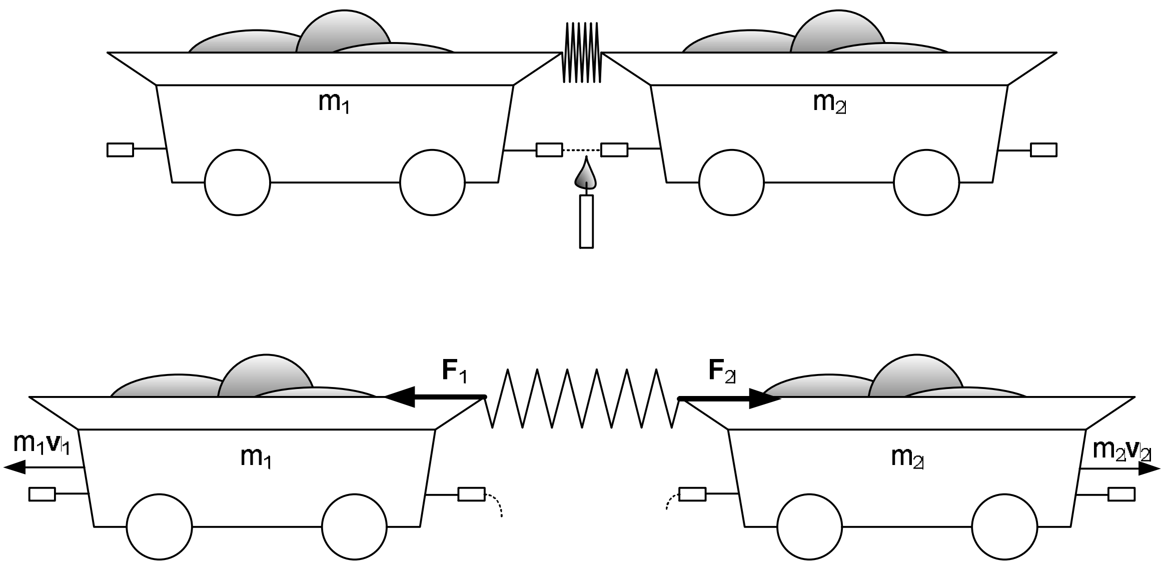
$$\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$$

$$m_1\mathbf{v}_1 = -m_2\mathbf{v}_2$$

Protože rychlosti mají opačný směr platí pro jejich velikosti:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 ,$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$



Obr. 10 Nákres vozíku k zákonu zachování hybnosti

<u>Příklad:</u>

Vozík o hmotnosti 4kg jede po vodorovných kolejích rychlosti 0,5ms^{-1} a narazí na vozík o hmotnosti 2kg, který jede týmž směrem rychlostí 0,2ms^{-1}. Při nárazu se oba vozíky spojí a dále se pohybují společně. Určete jejich rychlost po srážce. Tření a odpor vzduchu neuvažujte.

<u>Řešení:</u>

m_1= 4kg

m_2= 2kg

v_1= 0,5ms^{-1}

v_1= 0,2ms^{-1}

v = ?

Předpokládáme rovné přímé kolejnice po kterých se oba vozíčky pohybují. Celková hybnost je tedy: $p = p_1 + p_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

Po srážce se vozíky spojí a váha bude m_1+m_2 *takže jejich hybnost bude:* $p' = (m_1 + m_2)v$, *zároveň platí zákon zachování hybnosti* $\mathbf{p} = \mathbf{p}'$.

Odtud lze psát:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v,$$

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Po dosazení dostáváme $v=0{,}4ms^{-1}$.

Vozíky se po srážce pohybují společně rychlostí $0{,}4ms^{-1}$. *Jejich rychlost má stejný směr jako rychlosti vozíku před srážkou.*

Konec příkladu

Příklad:

Těleso o hmotnosti 4 kg se pohybuje rychlostí 2 ms^{-1}, *těleso o hmotnosti 3kg rychlostí 6* ms^{-1}. *Vypočítejte velikost celkové hybnosti této soustavy dvou těles, jsou-li rychlosti těles a)v téže přímce a mají stejný směr, b)v téže přímce a mají opačný směr, c)navzájem kolmé.* [$26kgms^{-1}$;$10kgms^{-1}$;$20kgms^{-1}$]

Příklad:

Střela o hmotnosti 0,01kg je vystřelena rychlostí $800ms^{-1}$ *z pušky o hmotnosti 4kg. Vypočítejte zpětnou rychlost pušky.* [$2ms^{-1}$]

Příklad:

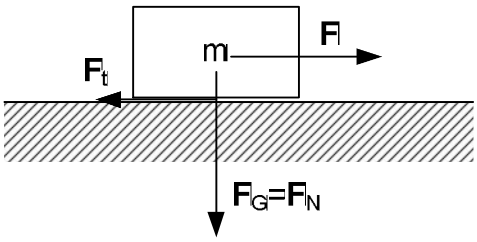
Prázdný nákladní vozík o hmotnosti 10^4*kg se pohybuje rychlostí* $0{,}9ms^{-1}$ *po vodorovné trati a narazí na naložený vozík o hmotnosti 20 000kg, který je v klidu. Při nárazu jsou oba vozíky spolu spojeny. Určete, jakou společnou rychlostí se pohybují.* [$0{,}3ms^{-1}$]

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.9. Třecí síla

Každý z nás má přímou zkušenost s třecí sílou, protože se sní stále setkáváme. Je-li bezvětří a nejedeme příliš rychle na kole po rovině, nakonec se zastavíme pokud nebudeme šlapat. Nebo pokud si vybavíme příklad na první Newtonův pohybový zákon, kde jsme po bowlingové dráze zkoumali pohyb koule nejprve jedoucí část dráhy po koberci a v druhém případě jen po speciálně upravené dráze. I zde docházelo ke zpomalení koule vlivem třecí síly.

Jestliže dochází ke styku těles a pohybu mezi nimi vždy vzniká na styčných plochách třecí síla(Obr. 11), kde má i své působiště. Její směr je vždy opačný než směr pohybu tělesa vzhledem k tělesu druhému.



Obr. 11 Těleso smýkané po podložce

Pokud bychom měnili styčnou plochu bude třecí síla stále stejná. Závisí však na povrchu (materiálu) styčných ploch a na kolmé tlakové síle působící těleso na podložku.

U vodorovné podložky je tlaková síla $\mathbf{F}_N = \mathbf{F}_G$ (rovna gravitační síle).

Vztah charakterizující závislost mezi tlakovou a třecí silou je:

$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_N \cdot f$, kde f je součinitel smykového tření.

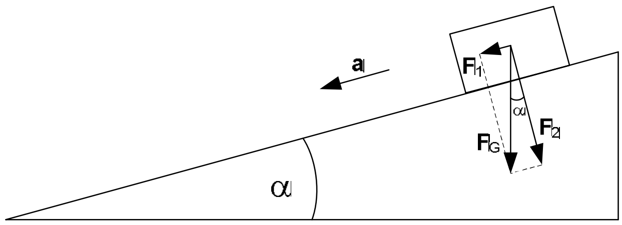
V případě pohybu po vodorovné podložce lze psát:

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_G \cdot f$$

a v případě pohybu po nakloněné rovině:

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_G \cdot \cos\alpha \cdot f$$

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.



Obr. 12 Pohyb po nakloněné rovině

Mnohdy však bychom bez tření nebyli schopní existence. Bez tření bychom nemohli chodit, psát na tabuli, ani do sešitu, používat třecí spojku, brzdit, atd.

Ovšem na druhou stranu někde tření způsobuje nežádoucí síly(odpor). Například v ložiscích kol, kde vyžadujeme co nejmenší odpor proti pohybu. Z těchto důvodu ložiska mažeme, vyhlazujeme styčné povrchy, atd.

Příklad:

Jak velkou silou musíme působit na bednu o hmotnosti 200kg, abychom ji posouvali rovnoměrným pohybem po vodorovné podlaze, je-li součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou 0,2? *[400N]*

Příklad:

Jaká je nejkratší vzdálenost, na které může zastavit automobil, který jede po vodorovné silnici rychlostí 72kmh^{-1}, je-li součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky 0,25? Předpokládejte, že automobil jede s vyřazeným rychlostním stupněm a všechny další odporové síly zanedbejte.

[80m]

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.10. Dostředivá síla

V kinematice jsme se seznámili s rozkladem zrychlení při kruhovém pohybu na tečné a normálové. Normálovému zrychlení také říkáme zrychlení dostředivé $\mathbf{a}_d$.

Odvodili jsme pro něj vztah: $a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

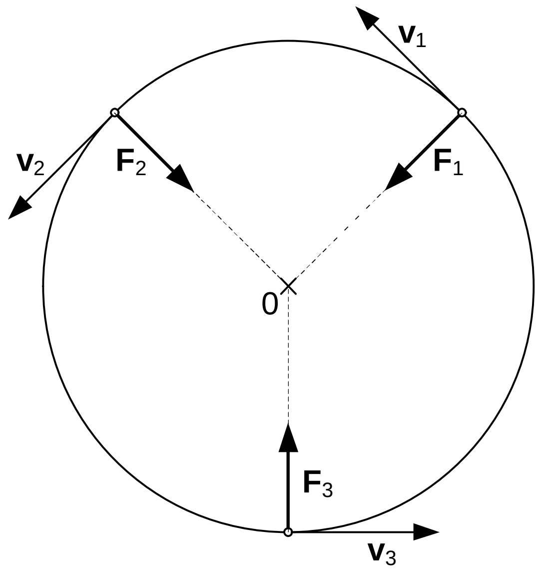
Pakliže existuje takovéto zrychlení, musí také působit síla, která stejně jako zrychlení směřuje do středu kružnice. Tuto sílu nazýváme **dostředivou** $\mathbf{F}_d$.

Podle 2.NPZ platí: $\mathbf{F}_d = m \cdot \mathbf{a}_d$

Velikost dostředivé síly tedy vyjadřuje vztah:

$$F_d = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 r$$

Dostředivou sílu (Obr. 13) si lze přestavit jako nějakou sílu, která udržuje hmotný bod v pohybu po kružnici. Můžou ji tedy způsobovat: *ruka člověka* držící nit s kuličkou kterou roztočí, *kola automobilu* která udržují automobil na kruhovém objezdu, *gravitační pole* udržující družice, Měsíc obíhat kolem Země, atd.



Obr. 13 Dostředivá síla na kružnici

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.

3.11. Doplnění neinerciální vztažné soustavy

Již víme, že příklad neinerciální vztažné soustavy je například zpomalující vagon, protože kulička uvnitř, položena na volné podlaze, by se začala vůči němu samovolně pohybovat. Protože již známe 2.NPZ mužeme tedy naše vědomosti doplnit.

V neinerciálních vztažných soustavách nezůstává těleso v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu. Na těleso v neinerciální vztažné soustavě působí setrvačná síla $\mathbf{F}_S = -m\mathbf{a}$, vznikající jako důsledek zrychleného pohybu soustavy.

Příklad:

Chlapec v kabině výtahu, který se rozjíždí směrem vzhůru se zrychlením ***a****, upustí jablko. S jakým zrychlením padá jablko a) vzhledem k povrchu Země, b)vzhledem ke kabině výtahu?* *[a)**g**;b)**a**+**g**]*

Příklad:

Těleso o hmotnosti 2kg je zavěšeno na vlákně, které vydrží maximálně námahu silou o velikosti 60N. Jaké největší zrychlení směrem svisle vzhůru můžeme tělesu pomocí vlákna udělit? *[20ms^{-2}]*

Created with novaPDF Printer (www.novaPDF.com). Please register to remove this message.