

FYZIKA

3. STRUKTURA A VLASTNOSTI PLYNNÉHO SKUPENSTVÍ

STUDIJNÍ TEXTY PRO 2. ROČNÍK

Frolíková Martina
Augustynek Martin
Adamec Ondřej

OSTRAVA 2006

Budeme rádi, když nám jakékoliv případné dotazy a připomínky k textům zašlete na kterýkoliv z těchto kontaktů:

martina.frolikova@iuventas.cz

martin.augustynek@iuventas.cz

ondrej.adamec@iuventas.cz

Obsah

3. Struktura a vlastnosti plynného skupenství.....	1
3.1 Ideální plyn	5
3.1 Rozdělení molekul plynu podle rychlostí	6
3.2 Střední kvadratická rychlost	9
3.3 Střední kinetická energie molekuly plynu.....	11
3.4 Tlak plynu	12
3.5 Stavová rovnice pro ideální plyn	13
3.6 Stavová rovnice ideálního plynu stálé hmotnosti.....	16
3.7 Izotermický děj s ideálním plynem.....	17
3.8 Izochorický děj s ideálním plynem	18
3.9 Izobarický děj s ideálním plynem.....	19
3.9.1 Stavové změny ideálního plynu z energetického hlediska.....	20
3.10 Adiabatický děj s ideálním plynem.....	22

3.1 Ideální plyn

Pro zkoumání vlastností plynů a dějů, které v něm probíhají, bývá vhodné nahradit reálný plyn zjednodušeným modelem. Tím je **ideální plyn**.

O molekulách ideálního plynu vyslovujeme tři předpoklady:

- 1. Rozměry molekul ideálního plynu jsou ve srovnání se střední vzdáleností molekul od sebe zanedbatelně malé.**
- 2. Molekuly ideálního plynu mimo vzájemné srážky na sebe navzájem silově nepůsobí**
- 3. Vzájemné srážky molekul ideálního plynu a srážky těchto molekul se stěnou nádoby jsou dokonale pružné.**

Doba trvání srážky dvou molekul ideálního plynu je ve srovnání se střední dobou volného pohybu molekuly velmi krátká. V každém okamžiku se tedy převážná část molekul ideálního plynu pohybuje volně, rovnoměrně zrychleným pohybem.

Z druhého předpokladu o ideálním plynu vyplývá, že potenciální energie soustavy molekul ideálního plynu je nulová. Proto **vnitřní energie ideálního plynu** s molekulami jednoatomovými se rovná součtu kinetických energií jeho molekul pohybujících se neuspořádaným posuvným pohybem. Vnitřní energie víceatomových molekul zahrnuje kromě toho ještě energii atomů konajících rotační pohyb a kmitavý pohyb.

Skutečné plyny se svými vlastnostmi přibližují vlastnostem ideálního plynu, jestliže mají dostatečně vysokou teplotu a nízký tlak. Např. při **normálních podmínkách** ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $101,325\text{ kPa}$ **taky přibližně** 10^5 Pa) lze s dostatečnou přesností většinu plynů považovat za ideální plyn.

3.1 Rozdělení molekul plynu podle rychlostí

Všechny molekuly plynu nemají v určitém okamžiku stejnou rychlost. Je to způsobeno tím, že se vzájemnými srážkami molekul neustále mění velikost a směr jejich rychlostí.

Velikost rychlostí molekul plynu lze zjistit např. **Lammertovým pokusem**. Dva kotouče se štěrbinami jsou umístěny ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti d a otáčejí se na společné hřídeli stálou úhlovou rychlostí ω . Štěrbiny jsou navzájem pootočený vůči sobě o úhel φ proti směru otáčení kol. V elektricky vyhřívané pínce jsou páry rtuti. Po průchodu nehybnými štěrbinami vytvářejí molekuly rtuti molekulový paprsek, v němž se vyskytují molekuly pohybující se různými rychlostmi. Oběma rotujícími štěrbinami však projdou jen molekuly, které urazí vzdálenost d za stejnou dobu τ , za níž se štěrbinu pootočí o úhel φ .

Ze vztahů $d = v \cdot \tau$ a $\varphi = \omega \cdot T$ pak vyplývá:

$$v = \frac{\omega \cdot d}{\varphi}$$

Z tohoto vztahu můžeme určit hledanou velikost rychlosti molekul, které prošly oběma štěrbinami. Změnou úhlu, případně změnou frekvence otáčení lze vybrat molekuly, jejichž velikost rychlosti leží v různých intervalech.

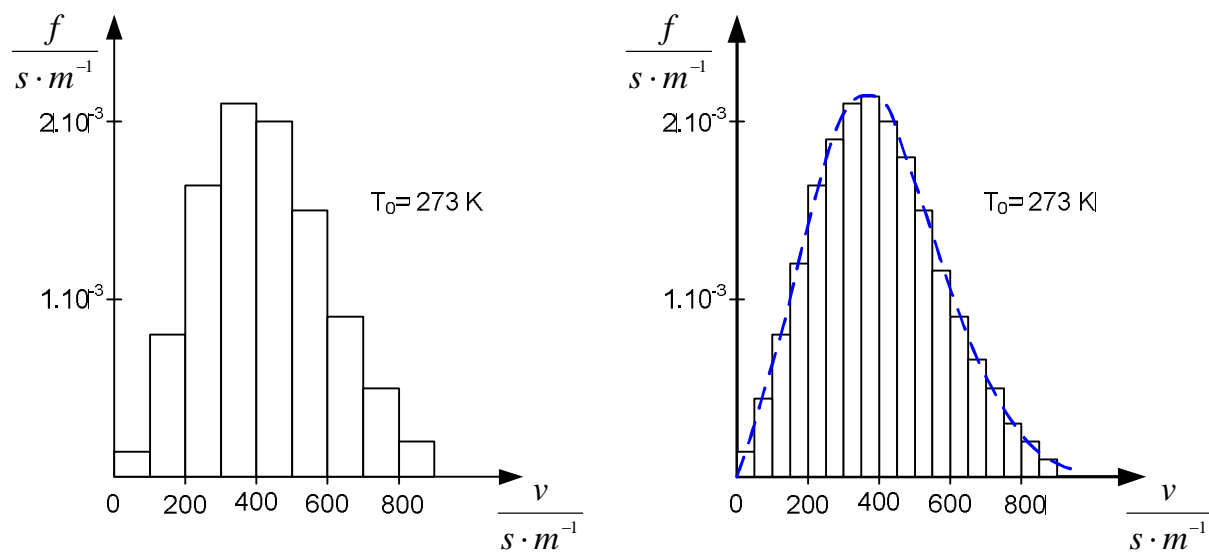
Pokusy s měřením rychlosti molekul plynu umožňují takto experimentálně určit rozdělení molekul podle rychlostí: Toto rozdělení při zvolené teplotě plynu lze vyjádřit pro daný počet N molekul takto:

- Tabulkou
- Histogramem

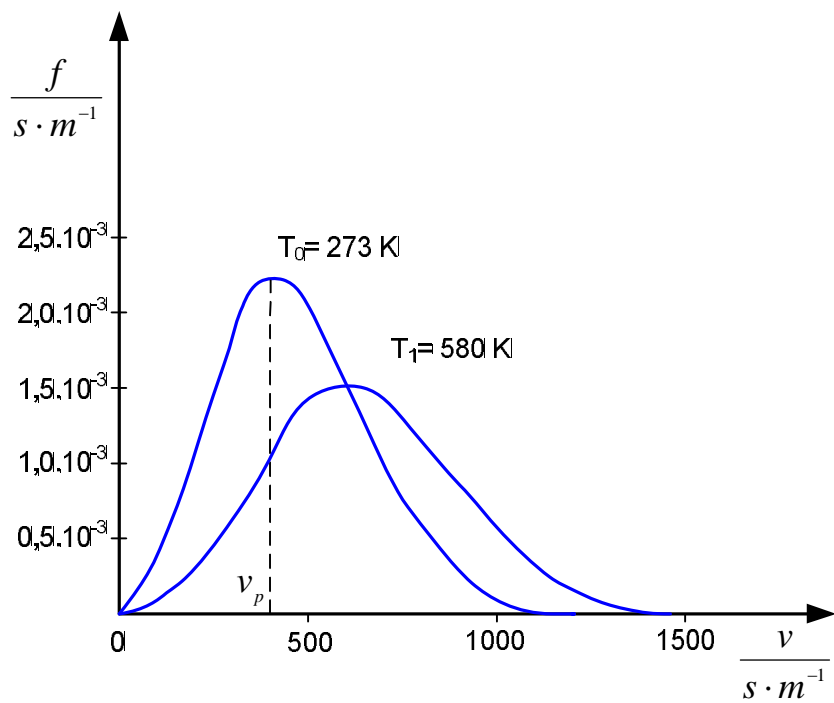
Příklad tabulky – rozdělení molekul kyslíku při teplotě 0 °C:

$v, v + \Delta v$ $m \cdot s^{-1}$	$\frac{\Delta N}{N}$
0 - 100	0,014
100 - 200	0,081
200 - 300	0,165
300 - 400	0,214
400 - 500	0,206
500 - 600	0,151
600 - 700	0,092
700 - 800	0,048
800 - 900	0,020
nad 900	0,009
Součet	1,000

Příklad histogramu:



Obrázek 1 - Histogram znázorňující rozdělení molekul podle rychlostí



Obrázek 2 - Rozdělení molekul podle rychlostí při různých teplotách

3.2 Střední kvadratická rychlost

Okamžitá rychlost molekul je náhodná veličina. V každém okamžiku se mění. Srážky molekul jsou ale pružné, proto za stálé teploty plynu je jeho celková kinetická energie E_k konstantní. Na každou molekulu plynu připadá **střední kinetická energie** $\frac{E_k}{N}$, kde N je počet molekul.

Pohyb molekul lze popsat takovou rychlostí v_k , že odpovídající kinetická energie $\frac{1}{2}m_0v_k^2$ jedné molekuly hmotnosti m_0 je rovna $\frac{E_k}{N}$. Rychlost v_k se nazývá **střední kvadratická rychlost**. Vyjadřuje rychlost, jíž by se měly pohybovat všechny molekuly při nezměněné celkové kinetické energii soustavy. Poněvadž tato rychlost necharakterizuje jednotlivé molekuly, ale celý soubor molekul, je to statistická veličina.

$$E_k = \frac{1}{2}m_0(N_1v_1^2 + N_2v_2^2 + \dots + N_iv_i^2)$$

$$v_k^2 = \frac{N_1v_1^2 + N_2v_2^2 + \dots + N_iv_i^2}{N}$$

$$\text{kde } N = N_1 + N_2 + \dots + N_i$$

Druhá mocnina střední kvadratické rychlosti je rovna součtu druhých mocnin rychlostí všech molekul děleným počtem molekul.

Druhá mocnina střední kvadratické rychlosti je tudíž rovna aritmetickému průměru druhých mocnin rychlostí všech molekul.

Jiné vyjádření střední kvadratické rychlosti:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

kde k je **Boltzmannova konstanta**, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

Vyjádříme-li hmotnost molekuly vztahem $m_0 = \frac{M_m}{N_A}$

kde M_m je molární hmotnost plynu,

N_A **Avogadrova konstanta**, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

pak lze taky napsat:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kN_A T}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_m}}$$

kde $R_m = N_A \cdot k$ tedy přibližně $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} =$
 $R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Toto je fyzikální konstanta, která je pro všechny plyny stejná a nazývá se **molární plynová konstanta**.

3.3 Střední kinetická energie molekuly plynu

Ze vztahu pro střední kvadratickou rychlost vyplývá, že molekula ideálního plynu má v důsledku svého neuspořádaného pohybu střední kinetickou energii, pro kterou platí:

$$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$$

Každá molekula ideálního plynu má v důsledku neuspořádaného posuvného pohybu střední kinetickou energii, která je přímo úměrná termodynamické teplotě plynu.

- Pro velmi nízké teploty předchozí tvrzení neplatí
- Ze vztahu pro střední kinetickou rychlost vyplývá smysl Boltzmannovy konstanty

Vztah pro střední kinetickou energii umožňuje vyjádřit vnitřní energii ideálního plynu E_i s jednoatomovými molekulami, pak platí:

$$E_i = \frac{3}{2} NkT$$

3.4 Tlak plynu

Tepelný pohyb molekul plynu uzavřeného v nádobě má za následek ustavičné srážky těchto molekul s částicemi vnitřních stěn nádoby. Současné nárazy plynu na rovinnou stěnu o obsahu S se projevují jako tlaková síla F plynu na stěnu. Vztah $p = F/S$ vyjadřuje tlak plynu ve zvoleném okamžiku.

Z teorie vyplývá, že tlak ideálního plynu je přímo úměrný hustotě molekul, hmotnosti jedné molekuly a druhé mocnině střední kvadratické rychlosti. Matematicky tuto závislost vyjadřuje základní rovnice pro tlak ideálního plynu:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_k^2 = \frac{1}{3} N_v m_0 v_k^2$$

Protože v této rovnici je součin $N \cdot m_0$ roven hmotnosti m , a podíl m/V je hustota, můžeme základní rovnici pro tlak plynu psát ve tvaru:

$$p = \frac{1}{3} \rho v_k^2$$

Z této rovnice lze určit v_k , známe-li ostatní veličiny

3.5 Stavová rovnice pro ideální plyn

Plyn, který je v rovnovážném stavu, lze charakterizovat stavovými veličinami: termodynamickou teplotou T , tlakem p , objemem V a počtem molekul N (popř. látkovým množstvím n nebo hmotností plynu m). Rovnice, která vyjadřuje vztah mezi těmito veličinami se nazývá stavová rovnice.

Dosadíme-li do základní rovnice pro tlak plynu:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_k^2$$

Střední kvadratickou rychlost molekul:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

Dostaneme stavovou rovnici ideálního plynu ve tvaru:

$$p V = N k T$$

- p je tlak plynu
- V je objem plynu
- N je počet molekul plynu
- k je Boltzmannova konstanta
- T je termodynamická teplota

z definice látkového množství $n = N / N_A$ vyjádříme počet molekul $N = n N_A$ a po dosazení do vztahu dostaneme:

$$p V = n N_A k T$$

- p je tlak plynu
- V je objem plynu

- n je látkové množství plynu
- N_A Avogadrova konstanta
- k je Boltzmannova konstanta
- T je termodynamická teplota

Zavedeme novou konstantu R_m vztahem:

$R_m = N_A k$ tedy přibližně $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. Uvedená konstanta R je pro všechny ideální plyny stejná a nazývá se molární plynová konstanta.

Pak lze stavovou rovnici psát ve tvaru :

$$p V = n R_m T$$

- p je tlak plynu
- V je objem plynu
- n je látkové množství plynu
- R_m je molární plynová konstanta (někdy se označuje i R)
- T je termodynamická teplota

Stavovou rovnici odvodíme ještě pro případ, kdy stav plynu je charakterizován pomocí hmotnosti.

Látkové množství lze taky vyjádřit takto:

$n = m / M_m$, (M_m , je molární hmotnost) pak dostaneme stavovou rovnici ve tvaru:

$$pV = \frac{m}{M_m} RT$$

- p je tlak plynu
- V je objem plynu
- m je hmotnost plynu

- M_m , je molární hmotnost
- R_m je molární plynová konstanta (taky R)
- T je termodynamická teplota

Příklad č. 1:

Kolik molekul je za normálních podmínek obsaženo v ideálním plynu o objemu 1 cm^3 ? Jak dlouho by trvalo jeho vyčerpání, kdybychom za každou sekundu ubrali 10^6 molekul ?

$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$, $P = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $T = 273 \text{ K}$,
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, $N = ?$ hodnoty jsou - normální podmínky

$$pV = NkT$$

$$N = \frac{pV}{kT}$$

$$N = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2,7 \cdot 10^{19} \quad (\text{počet} - \text{tedy není jednotka})$$

V ideálním plynu o objemu 1 cm^3 je za normálních podmínek obsaženo $2,7 \cdot 10^{19}$ molekul. Jejich vyčerpání uvedeným tempem by trvalo $9 \cdot 10^5$ let.

Příklad č. 2:

V nádobě o objemu 3 litry je dusík N_2 o hmotnosti 56 g a teplotě $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Jaký je jeho tlak? Dusík za daných podmínek považujeme za ideální plyn.

$V = 3 \text{ l} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $m = 56 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $T = 300 \text{ K}$, $R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $p = ?$

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T$$

$$p = \frac{m R_m T}{M_m V}$$

$$p = \frac{56 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 300}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3}} \text{ Pa} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Za daných podmínek má dusík tlak asi 1,7 MPa.

3.6 Stavová rovnice ideálního plynu stálé hmotnosti

Mezi stavovými změnami ideálního plynu jsou důležité zejména takové změny, při kterých se mění tlak plynu p , jeho objem V a teplota T . Přitom však hmotnost plynu zůstává konstantní. Předpokládejme, že počáteční stav plynu je charakterizován veličinami p_1 , V_1 , T_1 a konečný stav je charakterizován veličinami p_2 , V_2 , T_2 . Pak mezi veličinami platí tento vztah:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{nebo} \quad \frac{pV}{T} = \text{konst.}$$

Při stavové změně ideálního plynu stálé hmotnosti je výraz pV/T konstantní.

Příklad:

V nádobě o objemu 10 litrů je ideální plyn při teplotě $-23\text{ }^\circ\text{C}$ a tlaku 10^5 Pa . Jaký bude jeho tlak, jestliže objem plynu se zmenší na 5 l a jeho teplota se zvýší na $127\text{ }^\circ\text{C}$? Hmotnost plynu je při této stavové změně stálá.

$$V_1 = 10\text{ l}, t_1 = -23\text{ }^\circ\text{C}, T_1 = 250\text{ K}, p_1 = 10^5\text{ Pa}$$

$$V_2 = 5\text{ l}, t_2 = 127\text{ }^\circ\text{C}, T_2 = 400\text{ K}, p_2 = ?\text{ Pa}$$

$$\text{Platí stavová rovnice pro ideální plyn: } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{Odtud vyjádříme neznámou: } p_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{V_2 T_1}$$

$$\text{Po dosazení: } p_2 = \frac{10^5 \cdot 10 \cdot 400}{5 \cdot 250} \text{ Pa} = 3,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Výsledný tlak plynu po ukončení stavové změny je $3,2 \cdot 10^5\text{ Pa}$.

3.7 Izotermický děj s ideálním plynem

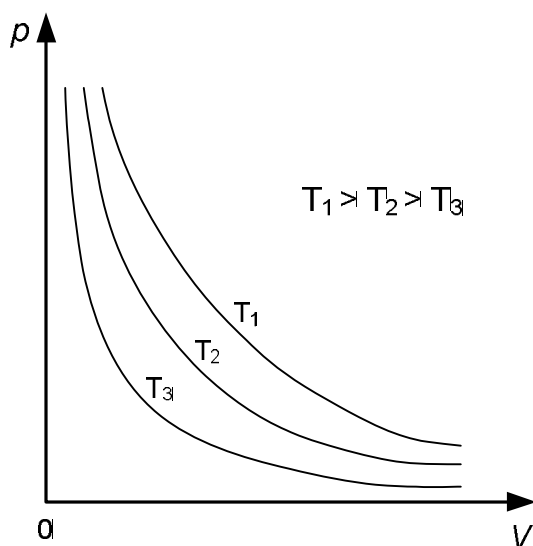
Trubice ve tvaru U je zčásti naplněna rtuťí a její pravé rameno je uzavřené. To znamená, že v jejím rameni je uzavřen určitý objem vzduchu, který je úměrný délce vzduchového sloupce. Postupným přiléváním rtuťi můžeme měnit tlak uzavřeného vzduchu. Ten se zvětšuje, ale objem vzduchu se naopak zmenšuje. Teplota je při tomto ději konstantní.

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{nebo} \quad pV = \text{konst.}$$

Při izotermickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je tlak plynu nepřímo úměrný jeho objemu (zákon Boyle – Mariottův).

Pro skutečné plyny platí tento zákon jen přibližně, při vysokých tlacích a nízkých teplotách se mohou vyskytovat od tohoto zákona již významné odchylky.

Graf vyjadřující tlak plynu stálé hmotnosti jako funkci jeho objemu při izotermické ději se nazývá **izoterma**. Je to větev hyperboly. Je znázorněna pro různé teploty.



Obrázek 3 - Izotermy ideálního plynu stálé hmotnosti při různých teplotách

3.8 Izochorický děj s ideálním plynem

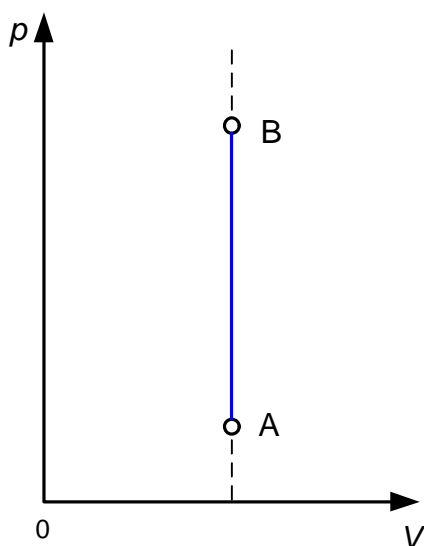
Děj, při němž je objem plynu stálý, se nazývá **izochorický děj**. Zahříváme-li plyn určité hmotnosti tak, že jeho objem zůstává stálý, zvětšuje se jeho tlak. Objem je při tomto ději konstantní.

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{nebo} \quad \frac{p}{T} = \text{konst.}$$

Při izochorickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je tlak plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě (zákon Charlesův).

Pro skutečné plyny platí tento zákon jen přibližně. Značné odchylky vznikají při nízkých teplotách a vysokých tlacích.

Graf znázorňující v diagramu izochorický děj se nazývá **izochora**. Při izochorickém ději je objem plynu stálý, a proto izochora je úsečka rovnoběžná s osou znázorňující tlak.



Obrázek 4 - Izochora

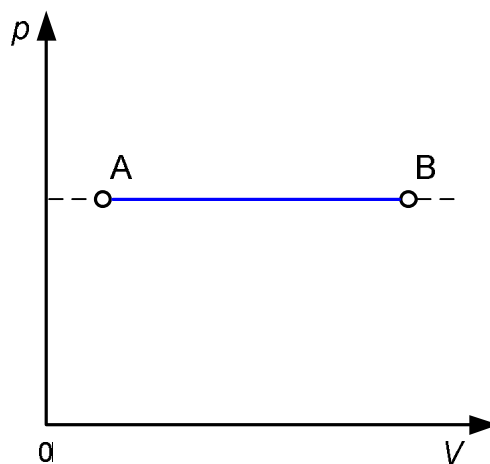
3.9 Izobarický děj s ideálním plynem

Tento děj nastává, když plyn v uzavřené nádobě zahříváme a udržujeme jeho tlak konstantní. Pokusem lze ukázat takto: Plyn je uzavřen v baňce spojené s vodorovnou trubicí, ve které je kapka vody. Při zahřívání baňka zvětšuje plyn svůj objem a kapka se posouvá. Tlak plynu je při tomto ději stálý.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{nebo} \quad \frac{V}{T} = \text{konst.}$$

Při izobarickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je objem plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě (zákon Gay-Lussacův).

Graf vyjadřující tlak plynu stálé hmotnosti jako funkci jeho objemu při izobarickém ději se nazývá **izobara**. Při izobarickém ději je tlak plynu stálý, a proto je izobara úsečka rovnoběžná s osou znázorňující objem.



Obrázek 5 - Izobara

3.9.1 Stavové změny ideálního plynu z energetického hlediska

Vnitřní energie plynu se může měnit konáním práce nebo tepelnou výměnou, přitom platí první zákon termodynamiky: $Q = \Delta U + W'$

Budeme se zabývat tím, k jakým změnám energie dochází při izotermickém, izochorickém a izobarickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti.

Izotermický děj

Při tomto ději je stálá teplota a taká stálá střední kinetická energie molekul konajících neuspořádaný tepelný pohyb, odtud vyplývá, že při izotermickém ději je vnitřní energie ideálního plynu konstantní. $\Delta U = 0$.

Při zvětšení objemu se vykoná práce W' a přijme teplo Q_T , pak tedy platí:

$$Q_T = W'$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izotermickém ději se rovná práci, kterou plyn při tomto ději vykoná.

Izochorický děj

Při zvýšení teploty $\Delta T = T_2 - T_1$ plynu stálé hmotnosti m za stálého objemu V přijme plyn teplo. To můžeme vyjádřit vztahem:

$$Q_V = c_V m \Delta T$$

- Q_V teplo při stálém objemu
- c_V měrná tepelná kapacita plynu při stálém objemu

Objem plynu stálé hmotnosti je při izochorickém ději stálý a proto plyn nekoná práci $W' = 0$. Z prvního termodynamického zákona pak plyne:

$$Q_V = \Delta U$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izochorickém ději se rovná přírůstku jeho vnitřní energie

Izobarický děj

Zvýšíme-li teplotu ideálního plynu stálé hmotnosti při stálém tlaku o stejnou hodnotu ΔT jako u děje izochorického s plynem téže hmotnosti, přijme plyn teplo:

$$Q_p = c_p m \Delta T$$

- c_p měrná tepelná kapacita plynu při stálém tlaku

Plyn stálé hmotnosti při izobarickém zvětšení objemu vykoná práci W' . Z prvního termodynamické zákona pak dostáváme:

$$Q_p = \Delta U + W'$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izobarickém ději se rovná součtu přírůstku jeho vnitřní energie ΔU a práce W' , kterou plyn vykoná.

3.10 Adiabatický děj s ideálním plynem

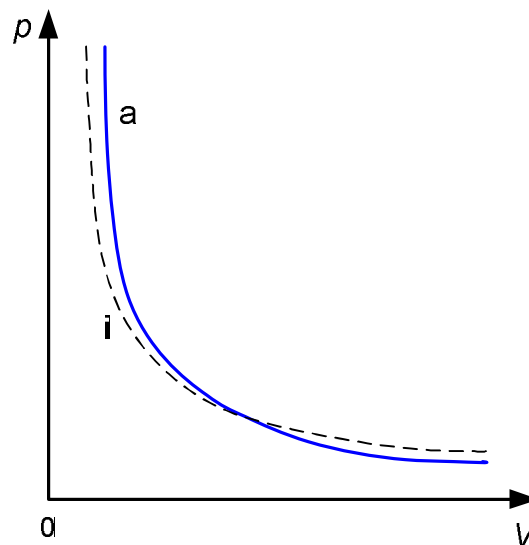
Pro adiabatický děj s ideálním plynem platí **Poissonův (Poissonův) zákon**.

$$pV^\chi = \text{konst.}$$

$$\chi = c_p / c_v$$

je Poissonova konstanta, $c_p > c_v$, $\chi > 1$.

Graf vyjadřující tlak plynu stálé hmotnosti jako funkci jeho objemu při adiabatickém ději se nazývá **adiabata**.



Obrázek 6 - Adiabata a izoterma ideálního plynu

Seznam použité literatury

- /1/ *Milan Bednařík, Miroslava Šíroká: Fyzika pro gymnázia – Mechanika. Prométheus. Praha 1993*
- /2/ *Karel Bartuška, Emanuel Svoboda: Fyzika pro gymnázia – Molekulová fyzika a termika. Prométheus. Praha 1993*
- /3/ *Oldřich Lepil, Milan Bednařík, Radmila Hýblová: Fyzika pro střední školy – I. Prométheus. 1993*
- /4/ *Oldřich Lepil, Milan Bednařík, Radmila Hýblová: Fyzika pro střední školy – II. Prométheus. 1993*
- /5/ *Pavel Tarábek, Petra červinková a kol.: Odmaturuj z fyziky. Nakladatelství Didaktik. Brno 2004*
- /6/ *Emanuel Svoboda, Karel Bartuška, Milan Bednařík, Oldřich Lepil, Miroslava Šíroká: Přehled středoškolské fyziky. Prométheus. 1996*